

**Biologia1.** Fosforin luonnollinen kierto ja ihmisen vaikutus siihen.

<b>Ydinasiat:</b>	<b>Pisteytys</b>
Fosfori on kaikille eliöille välttämätön alkuaine. Sitä on mm. ATP:ssä ja nukleiinihapoissa sekä solukalvojen fosfolipideissä.	1
Fosforia on kallioperässä, mistä se vapautuu rapautumisen tai lannoitteiden valmistuksen yhteydessä.	1
Kasvit ottavat maasta epäorgaanista fosforia juurillaan. Fosfori siirtyy ravintoketjussa eliöstä toiseen.	2
Hajotustoiminnassa mikrobit vapauttavat kuolleista eliöistä ja jätöksistä fosfaatteja.	1
Fosforia huuhtoutuu maaperästä veden mukana vesistöihin.	1
Vesistöissä fosfori on usein minimitekijä, joten sen lisääntyminen rehevöittää vesistöjä.	1
Vesistöissä fosfori voi päätyä pohjakerrostumiin. Lisääntynyt kasvu kuluttaa enemmän happea, ja hapettomissa oloissa fosforia vapautuu kerrostumista ja tämä rehevöittää vesistöä entisestään. Ilmiötä kutsutaan sisäiseksi kuormitukseksi.	2
Maataloudessa käytetään fosforilannoitteita, ja pelloilta huuhtoutuu fosforia vesistöihin selvästi enemmän kuin luonnosta.	1
Talousjätevesissä on runsaasti fosforia. Taajamien jätevedenpuhdistamoissa tästä saadaan poistettua suurin osa kemiallisesti saostamalla.	1
Haja-asutuksen kuormituksesta pääsee merkittäviä määriä fosforia vesistöihin, lisäksi mm. kalankasvatus lisää vesistön fosforikuormaa.	1
Hajakuormituksen torjumiskeinoja ovat mm. suojavyöhykkeet ja kosteikot.	1
Selkeys ja johdonmukaisuus	1
<b>Yhteensä</b>	<b>14</b>

**Biologia2.** Mikä on entsyymien rooli eliöiden aineenvaihdunnassa ja miten ne toimivat? Miten ympäristöolosuhteet vaikuttavat entsyymien toimintaan?

<b>Ydinasiat:</b>	<b>pisteitys</b>
Entsyymit ovat solun tuottamia proteiineja, jotka katalysoivat eli nopeuttavat eliössä tapahtuvia kemiallisia reaktioita alentamalla reaktioiden käynnistämisen vaatimaa energiaa ja mahdollistavat reaktiot alhaisemmissa lämpötiloissa. Siten ne ovat eliöiden aineenvaihdunnalle välttämättömiä.	2
Eliöiden aineenvaihduntaan eli metaboliaan kuuluu aineiden hajotus eli katabolia ja aineiden yhdistäminen eli anabolia.	1
Aineenvaihdunta tapahtuu pääasiassa solulimassa, mutta osa entsyymeistä toimii solujen ulkopuolella. Ruuansulatusentsyymit ovat esimerkki solun ulkopuolella toimivista entsyymeistä.	2
Entsyymien yhtenä osana on proteiini, jonka aktiivisessa keskuksessa tapahtuu aineiden yhdistäminen tai hajotus. Entsyymit ovat rakenteensa puolesta erikoistuneet vain yhden aineen hajotukseen tai muodostamiseen ja niiden toimintaa voidaan kuvata siten avain-lukko -vertauskuvalla.	2
Jotkin entsyymit vaativat toimiakseen toisen molekyylin eli kofaktorin. Kofaktoreina toimivat metalli-ionit ja vitamiinit.	1
Aineita, jotka estävät entsyymien toiminnan, kutsutaan inhibiittoreiksi. Ne pysäyttävät entsyymien toiminnan kiinnittymällä entsyymiin ja estämällä substraatin kiinnittymisen entsyymien aktiiviseen osaan.	1
Entsyymien toiminta ja aktiivisuus ovat riippuvaisia ympäristöolosuhteista, joista keskeisiä ovat pH ja lämpötila.	1
Entsyymitoiminnan vaste suhteessa ympäristötekijöihin on epälineaarinen ja entsyymiaktiivisuus on huipussaan ns. optimialueella.	1
Siten liian alhainen pH tai lämpötila voi hidastaa tai estää entsyymien toiminnan ja vastaavasti liian korkea lämpötila hidastaa entsyymien toimintaa ja lopulta edelleen noustessaan tuhoaa sen rakenteen.	1
Myös optimialueen ulkopuolelle muuttuva pH hidastaa ja lopulta lopettaa entsyymien toiminnan.	1
Selkeys ja johdonmukaisuus	1
<b>Yhteensä</b>	<b>14</b>

**Biologia 3.** Millainen on aitotumallinen solu esitumalliseen verrattuna ja mitkä eliöryhmät kuuluvat aitotumallisiin mikrobeihin? Kerro aitotumallisten mikrobien elintavoista ja merkityksestä ihmiselle.

<b>Ydinasiat:</b>	<b>Pisteytys</b>
Aitotumallisessa solussa on tuma, kun taas esitumallisilla ei tumaa ole. Soluelimiä on vähemmän esitumallisissa kuin aitotumallisissa soluissa. Aitotumallinen solu on selvästi suurempi kooltaan kuin esitumallinen solu.	2
Aitotumalliset mikrobit on hyvin monimuotoinen ryhmä, joka jaetaan 1-soluisiin alkueliöihin (alkueläimiä ja leviä) sekä hiiva- ja homesieniin.	1
Alkueläimet ovat toisenvaraisia liikuntakykyisiä eliöitä, jotka elävät usein vesistöissä (amebat, malarialoiso, tohveliäin). Ne lisääntyvät jakautumalla tai monistumalla. Monet ovat tauteja aiheuttavia loisia.	2
Mikrobeihin kuuluvat levät ovat 1-soluisia, yksin tai ryhminä esiintyviä tärkeitä tuottajia (yhteytys) vesiekosysteemeissä (pii- ja kultalevät, jotkin viherlevät). Ne lisääntyvät suvuttomasti jakautumalla.	2
Hiivat ovat 1-soluisia toisenvaraisia sieniä, jotka lisääntyvät kuroutumalla. Tärkein energialähde on sokerit, joita ne voivat käyttää hyödyksi aerobisesti (soluhengitys) tai anaerobisesti (alkoholikäyminen) hajottaen. Ihminen hyödyntää aerobista soluhengitystä esim. taikinan kohottamisessa ja anaerobista käymistä alkoholijuomien valmistuksessa.	1
Hiivasoluissa valmistetaan rokotteita ja lääkeaineita ja niitä voidaan käyttää vektoreina geeninsiirrossa.	1
Jotkut hiivat aiheuttavat tauteja.	1
Homesienet ovat toisenvaraisia sieniä, hajottajia, joilla yksittäiset solut sijaitsevat peräkkäin rihmamaisesti. Happi ja kosteus ovat välttämättömiä homesienille, ja ne lisääntyvät kasvullisesti tai itiöiden avulla.	1
Ne pilaavat elintarvikkeita ja voivat aiheuttaa etenkin hengitysteiden sairauksia.	1
Penisilliini on tärkeä homeen tuottama bakteereita tuhoava lääkeaine.	1
Selkeys ja johdonmukaisuus	1
<b>Yhteensä</b>	<b>14</b>

**Matematiikka1.** Maija on saanut perinnöksi metsäpalstan. Palstan sivujen pituudet kartalla ovat 54, 36 ja 54 millimetriä (mm). Maija on kiinnostunut metsäpalstansa geometriasta ja puuston kokonaistilavuudesta.

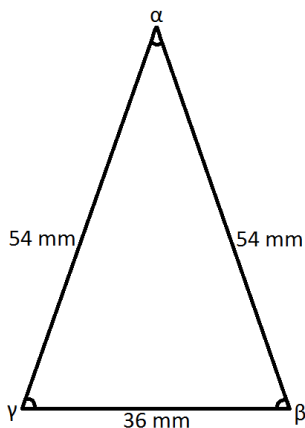
- a) Havainnollista palstan muoto piirroksen avulla ja laske palstan rajojen todelliset pituudet, kun yksi senttimetri (1 cm) kartalla vastaa 120 metriä (m) luonnossa. (max 2 p)
- b) Maija haluaa tietää palstansa kulmien suuruudet maastokäyntiään varten. Laske, kuinka suurina palstan kulmat ovat. (max 4 p)
- c) Laske palstan pinta-ala hehtaareina (ha). (max 3 p)
- d) Maija suorittaa systemaattisen koealainventoinnin maastossa palstallaan. Hän mittaa tasaisesti palstansa alueelta 10 ympyräkoelaa, joiden jokaisen säteen pituus on 7 metriä (m). Hän mittaa kunkin koelalan kaikki puut ja laskee niille yhteistilavuudet koelaloittain seuraavan taulukon mukaisesti:

Koela	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m <sup>3</sup>	2,3	0,4	0,7	1,2	2,2	4,1	3,7	5,3	2,9	2,6

Kuinka paljon Maijan koko palstalla on puuta keskimäärin hehtaaria kohden (m<sup>3</sup>/ha)? Laske myös mitattujen koelajojen hehtaarikohtaisten puustotilavuuksien välinen keskihajonta. (max 5 p)

**Matematiikka1. Mallivastaus**

a)



(1 p)

$$3,6 \text{ cm} \times 120 = 432 \text{ m}$$

$$5,4 \text{ cm} \times 120 = 648 \text{ m}$$

Sivujen pituudet ovat 648, 432 ja 648 metriä luonnossa.

(1 p)

- b) Palsta on tasakylkinen kolmio, joka voidaan jakaa kahteen yhtä suureen suorakulmaiseen kolmioon. Muodostuneiden suorakulmaisten kolmioiden tunnettujen sivujen pituudet ovat:  $36 \text{ mm} / 2 = 18 \text{ mm}$  ja  $54 \text{ mm}$ . (1 p)

Ensimmäinen kulma saadaan ratkaistua trigonometrian avulla:

$$\cos \beta = 18 / 54, \text{ jolloin } \beta = 70,53 \text{ astetta,}$$

(1 p)

$\gamma$  on yhtä suuri kuin  $\beta$ , ja

(1 p)

$$\alpha = 180 - 70,53 \times 2, \text{ eli } \alpha = 38,94 \text{ astetta.}$$

(1 p)

Toinen vaihtoehto on ratkaista tasakylkisen kolmion lävistäjän pituus ja käyttää tätä lähtötietona laskelmissa. Tällöin c-kohdan lävistäjän pituuden laskennasta saatavat pisteet on mahdollista saada jo tässä vaiheessa. Kulmat voidaan laskea myös luonnollista mittakaavaa käyttäen.

- c) Ratkaistaan tasakylkisen kolmion lävistäjän pituus Pythagoraan lauseen avulla. Lävistäjän pituus on mahdollista ratkaista myös trigonometriaa apuna käyttäen. Merkitään lävistäjän pituutta X:llä:  
 $18^2 + X^2 = 54^2$   
 $X^2 = 54^2 - 18^2$   
 $X^2 = 2\,592$   
 $X \approx 50,91 \text{ mm}$  (1 p)

Muutetaan lävistäjän pituus vastaamaan todellista mittakaavaa ja lasketaan palstan pinta-ala neliömetreinä:  
 $5,091... \text{ cm} \times 120 \approx 610,94 \text{ m}$   
 $(432 \text{ m} / 2) \times 610,94... \text{ m} = 131\,963 \text{ m}^2$  (1 p)

Muutetaan pinta-ala hehtaareiksi:  
 $131\,963 \text{ m}^2 / 10\,000 = 13,2 \text{ ha}$  (1 p)

- d) Yhden koalan pinta-ala on:  
 $\pi \times 7^2 \approx 153,9 \text{ m}^2$

Ensimmäisen koalan hehtaarikohtainen tilavuus saadaan laskettua esimerkiksi muuntokertoimen avulla seuraavasti:

$$10\,000 \text{ m}^2 / 153,9... \text{ m}^2 = 64,96$$

$$2,3 \text{ m}^3 \times 64,96 = 149,4 \text{ m}^3/\text{ha}$$

Näin ollen koalojen hehtaarikohtaiset tilavuudet ovat:

Koala	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m <sup>3</sup> /ha	149,4	26,0	45,5	78,0	142,9	266,3	240,4	344,3	188,4	168,9

(1 p)

Palstalla on puuta keskimäärin:

$$(149,4 + 26,0 + 45,5 + 78,0 + 142,9 + 266,3 + 240,4 + 344,3 + 188,4 + 168,9) / 10$$

$$= 165 \text{ m}^3/\text{ha}$$

(1 p)

Otoskeskihajonta lasketaan seuraavan kaavan avulla:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \text{ jolloin} \quad (1 \text{ p})$$

$$s = \sqrt{\frac{(149,4 - 165,0)^2 + (26,0 - 165,0)^2 + \dots + (168,9 - 165,0)^2}{10-1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{90560,1}{10-1}} = 100,3 \text{ m}^3/\text{ha} \quad (2 \text{ p})$$

Populaation keskihajonnan kaavan käyttämistä otoskeskihajonnan sijaan ei katsottu virheeksi, jolloin vastaus on  $95,2 \text{ m}^3/\text{ha}$ .

**Matematiikka2.** Metsikössä A tehdään harvennushakkuuta. Metsiköstä kohtisuoraan itään, tarkalleen 1000 m päässä, on piste B, josta alkaa vanha metsäautotie. Metsäautotie jatkuu 1500 m kohtisuoraan etelään ja sen päässä on yleisen tien risteys (piste T). Alueella ei ole muita teitä tai uria, mutta metsässä voi olettaa olevan mahdollista kuljettaa puutavaraa missä tahansa kohtaa ja mihin tahansa suuntaan.

Oletetaan, että kaiken hakkuulta kertyvän puutavaran kuljettamisen kustannuksen voi ilmaista kuljetetun matkan funktiona, mutta kustannus vaihtelee riippuen siitä, suoritetaanko kuljetus metsässä vai metsäautotietä pitkin. Puutavaran kuljettaminen metsässä maksaa  $0,11 \text{ €/m}$  ja tietä pitkin  $0,08 \text{ €/m}$ .

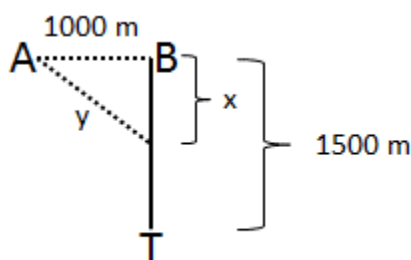
- a) Kuinka paljon maksaa puutavaran kuljettaminen metsiköstä A pisteeseen B? (max 1 p)
- b) Metsäautotien varteen, 200 m etelään pisteestä B, on tarkoitus perustaa puutavaran varastopaikka. Laske, onko puutavaran kuljettaminen varastopaikalle kannattavampaa ensin metsää pitkin pisteeseen B ja siitä tietä pitkin varastopaikalle vai metsiköstä A suorinta reittiä varastopaikalle. Kuinka paljon puutavaran kuljettaminen metsiköstä A varastopaikalle maksaa, kun kuljetaan pienimmän kokonaiskustannuksen tuottavaa reittiä? (max 3 p)

HUOM.: Kohdat c ja d liittyvät yhteen ja niiden ratkaisut voivat olla selkeämmät, jos kuljetuskustannusten yksikköinä käyttää eurojen sijaan senttejä (11 ja 8 c/m).

- c) Muodosta yhtälö puutavaran kokonaiskuljetuskustannukselle metsiköstä A pisteeseen T, kun kohteiden välillä edetään pienimmän kokonaiskustannuksen tuottavaa reittiä pitkin ja käytössä voi olla molempia kustannuslajeja (kuljetusta metsää ja tietä pitkin). (max 4 p)
- d) Kuinka suuri osuus matkasta metsikön A ja pisteen T välillä on järkevää kulkea metsässä ja kuinka suuri tiellä pienimmän mahdollisen kokonaiskuljetuskustannuksen tuottamiseksi? (max 6 p)

## Matematiikka2. Mallivastaus

Kuva tilanteesta (kuljetuskustannus pisteestä A  $0,11 \text{ €/m}$  ja pisteiden B ja T välillä  $0,08 \text{ €/m}$ ):



a)  $1000 \text{ m} \times 0,11 \text{ €/m} = 110 \text{ €}$  (1 p)

b) Piste B kautta:

$1000 \text{ m} \times 0,11 \text{ €/m} + 200 \text{ m} \times 0,08 \text{ €/m} = 126 \text{ €}$  (1 p)

Suoraan varastopaikalle:

Matka  $y = \sqrt{1000^2 + 200^2} = 1019,80 \dots \text{ m}$  (1 p)

$y \times 0,11 \text{ €/m} = 112,2 \text{ €}$

Vastaus: puutavaran kuljettaminen varastopaikalle pienimmän kokonaiskustannuksen tuottavaa reittiä pitkin maksaa 112,2 €. (1 p)

c) Kokonaiskustannus muodostuu

- metsäkuljetuksesta (kuvassa matka  $y$ , etäisyydelle  $x$  pisteestä B) (1 p)

- tiekuljetuksesta (jäljelle jäävä matka  $1500-x$ ). (1 p)

Siis yhtälömuodossa (kuljetuskustannukset sentteinä,  $c$ ):

$$K(x) = \sqrt{1000^2 + x^2} \times 11c + (1500 - x) \times 8c \quad (1 + 1 \text{ p})$$

$$= 11\sqrt{1000^2 + x^2} - 8x + 12000$$

Kohtien b ja c kuljetusmatkan ratkaisemisesta sopivien trigonometristen funktioiden avulla sai vastaavat pisteet.

d) Pienin mahdollinen kuljetuskustannus eli funktion  $K(x)$  ääriarvo löydetään derivaattafunktion  $K'(x)$  nollakohdasta. (1 p)

Derivaattafunktio:

$$K'(x) = D(11\sqrt{1000^2 + x^2} - 8x + 12000)$$

$$= 11 \times D\left((1000^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} - 8x + 12000\right) = 11 \times \frac{1}{2}(1000^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}}2x - 8$$

$$= 11 \times \frac{2x}{2\sqrt{1000^2 + x^2}} - 8 = \frac{11x}{\sqrt{1000^2 + x^2}} - 8 \quad (1 \text{ p})$$

Derivaatan nollakohdat:

$$K'(x) = \frac{11x}{\sqrt{1000^2 + x^2}} - 8 = 0$$

$$\frac{11x}{\sqrt{1000^2 + x^2}} = 8 \quad |\sqrt{1000^2 + x^2}$$

$$11x = 8\sqrt{1000^2 + x^2}$$

$$\frac{11x}{8} = \sqrt{1000^2 + x^2} \quad |(\quad)^2 \rightarrow \text{määritelty, kun } x > 0$$

$$\frac{121x^2}{64} = 1000^2 + x^2$$

$$\frac{121x^2}{64} - x^2 = 1000^2$$

$$\frac{57x^2}{64} = 1000^2 \quad | \cdot \frac{64}{57}$$

$$x^2 = \frac{64 \times 1000^2}{57}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{64 \times 1000^2}{57}} \quad (1 \text{ p})$$

Negatiivinen vastaus on teoreettinen, koska se on edellä suljettu pois määrittelyjoukosta.

Siis  $x \approx 1059,6$  m. (1 p)

Merkkikaavion perusteella

1059.6		
$K'(x)$	-	+
$K(x)$	↘	↗

ollaan löydetty funktion  $K(x)$  minimikohta. (1 p)

Vastaus: pienimmän mahdollisen kokonaiskustannuksen tuottamiseksi kannattaa kuljettaa metsässä pisteeseen, joka sijaitsee n. 1060 m pisteestä B etelään ja tiellä jäljelle jäävä  $1500 - 1060 = 440$  m. (1 p)

Huomioita:

Sijoittamalla saadut arvot funktioon  $K(x)$  saataisiin kokonaiskustannukseksi n. 195,5 €. Esim. metsäkuljetus suoraan pisteestä A pisteeseen T, jota tarjottiin useassa vastauksessa edullisimmaksi vaihtoehdoksi, maksaisi 198,3 €.

Tehtävän pisteytyksessä ei edellytetty laskennan välivaiheiden kuvaamista yhtä tarkasti kuin yllä. Jokaisessa pisteen arvoisessa kohdassa tuli kuitenkin olla perusteltu miten tulokseen on päästy.



**Matematiikka3.** Ritva omistaa pienen metsäalan kesämökkinsä läheisyydessä. Metsä on jo aika vanha, joten sen voisi hakata ja puut myydä. Metsässä on paljon lahoppuuta, joten se on arvokas myös luonnon monimuotoisuuden kannalta. Lisäksi metsä on arvokas maiseman ja virkistyskäytön kannalta. Metsässä on nyt puuta kaikkiaan  $250 \text{ m}^3$ , josta mäntytukkia  $210 \text{ m}^3$  ja mäntykuitua  $35 \text{ m}^3$ . Mäntytukin hinta on  $50 \text{ €/m}^3$  ja mäntykuidun  $17 \text{ €/m}^3$ .

Ritvalla on kolme vaihtoehtoa metsänsä käsittelylle: (1) avohakkuu ja kaikkien puiden poisto heti, (2) jatkuva kasvatus, jolloin hän voi hakata 40 % puustosta heti ja toistaa hakkuun täsmälleen samanlaisena 15 vuoden kuluttua, ja (3) hän voi jättää metsänsä kokonaan käsittelemättä. Oletetaan, että tukki- ja kuitupuun suhteellinen osuus hakkuupoistumasta on avohakkuussa ja jatkuvassa kasvatuksessa sama kuin nyt kasvavassa puustossa, ja että tukin ja kuidun hinta ei muutu seuraavan 15 vuoden aikana. Ritva joutuu maksamaan 30 % pääomaveroa puun myyntituloista. Oletetaan, että hän saa puunmyyntitulot tililleen heti kaupanteon yhteydessä, jolloin hän myös maksaa verot.

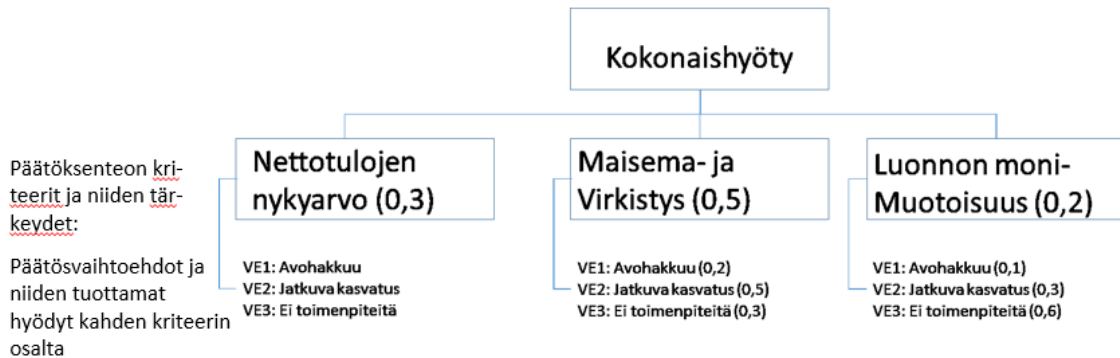
Vaihtoehdossa (1) Ritvalla ei ole avohakkuun jälkeen hakkuumahdollisuuksia seuraavan 15 vuoden aikana. Tässä vaihtoehdossa metsän maapohja on muokattava ja siihen on istutettava männyn taimet heti hakkuun jälkeen ja lisäksi Ritvan on tehtävä viiden (5) vuoden kuluttua avohakkuusta taimikon perkaus. Maanmuokkauksen kustannus on 400 €, istutuksen 600 € ja taimikon perkauksen 350 €. Vaihtoehdossa (2), jatkuvassa kasvatuksessa, Ritva voi tehdä toisen hakkuun ja puukaupan 15 vuoden kuluttua täsmälleen samanlaisena kuin nyt eikä hänen tarvitse tehdä hakkuiden välillä eikä toisen hakkuun jälkeen mitään metsänhoitotoimenpiteitä, eikä kustannuksia siten kerry. Vaihtoehdossa (3) Ritva ei tee hakkuuta tai muita toimenpiteitä metsässä 15 vuoden tarkastelujaksolla, joten ei synny tuloja eikä menoja.

Ritva tekee metsäsuunnittelijan avustuksella päätösanalyysin (Kuva alla). Ensin hän punnitsee, kuinka tärkeänä pitää eri metsänkäytön tavoitteita suhteessa toisiinsa: Ritvalle maisema- ja virkistysarvot ovat tärkeimmät, niille hän antaa painoarvon 0,5. Toiseksi tärkeimpänä tavoitteena hän pitää hakkuutuloja. Tämän tavoitteen paino on 0,3. Monimuotoisuuden vaalimisen painoarvoksi Ritva antaa 0,2. Seuraavaksi hän arvioi eri vaihtoehtojen tuottamaa hyötyä tavoitteidensa suhteen: metsäsuunnittelijan tietokoneella simuloimien kuvien avulla hän arvioi, että vaihtoehto (1):n tuottama maisema- ja virkistysarvo on 0,2, vaihtoehto (2):n 0,5 ja vaihtoehto (3):n 0,3. Vaihtoehtojen taloudellista hyötyä hän haluaa verrata vaihtoehtojen tuottamien nettotulojen nykyarvon perusteella käyttäen laskelmassa 1,5 %:n vuotuista korkoa. Luonnon monimuotoisuusvaikutuksia hän arvioi tutun biologin kanssa ja he antavat vaihtoehtojen monimuotoisuusarvoille seuraavat suhteelliset painot: vaihtoehto (1)=0,1, vaihtoehto (2)=0,3 ja vaihtoehto (3)=0,6.

- a) Kuinka monta euroa (€) suuremmat ovat heti tehtävien toimenpiteiden nettotulot (=tulojen ja kustannusten erotus) vaihtoehdossa (1) kuin (2)? (max 3 p)
- b) Kuinka monta euroa (€) suurempi tai pienempi on 15 seuraavan vuoden aikana saatavien nettotulojen nykyarvo vaihtoehdossa (1) kuin (2)? (max 5 p)
- c) Mitkä ovat eri vaihtoehtojen suhteelliset hyödyt Ritvan arvostuksilla? Minkä vaihtoehdon Ritva valitsee, jos hän toimii rationaalisesti? (max 6 p)

Ohje: Monitavoitteisessa päätösanalyysissä eri mittayksiköissä mitatut vaihtoehtojen hyödyt ja kriteerien tärkeudet normeerataan yleensä 0-1:n välille siten, että summaksi tulee 1. Sen jälkeen kunkin vaihtoehdon tuottama kokonaishyöty voidaan laskea sen tuottamien hyötyjen painotettuna keskiarvona käyttäen painoina päätöksenteon kriteerien suhteellisia

tärkeyksiä. Ritvan esimerkissä vaihtoehtojen tuottamat maisema- ja virkistysyödyt sekä luonnon monimuotoisuusyödyt on ilmoitettu jo valmiiksi normeerattuna, samoin kuin päätöskriteerien tärkeydet. Tehtäväksi jää vielä normeerata vaihtoehtojen tuottamien nettotulojen nykyarvot.



### Matematiikka 3. Mallivastaus.

- a) Heti tehtäviä toimenpiteitä vaihtoehdossa 1 ovat puun myynti, josta maksetaan vero, maanmuokkaus ja istutus.  
Vaihtoehdossa 2 heti tehtävä toimenpide on hakkuu.

Tukki- ja kuitupuun osuus oletetaan tehtävänannon mukaisesti hakkuissa samaksi kuin se on nyt kasvavassa puustossa:

$$\text{Tukki: } 210 \text{ m}^3 / 250 \text{ m}^3 = 0,84; \text{ Kuitu: } 35 \text{ m}^3 / 250 \text{ m}^3 = 0,14$$

Vaihtoehto 1:n nettotulot:

$$250 \text{ m}^3 \cdot 0,84 \cdot 50 \text{ €} / \text{m}^3 + 250 \text{ m}^3 \cdot 0,14 \cdot 17 \text{ €} / \text{m}^3 - 0,3 \cdot (250 \text{ m}^3 \cdot 0,84 \cdot 50 \text{ €} / \text{m}^3 + 250 \text{ m}^3 \cdot 0,14 \cdot 17 \text{ €} / \text{m}^3) - 400 \text{ €} - 600 \text{ €} = 6766,5 \text{ €} \quad (1 \text{ p})$$

Vaihtoehto 2:n nettotulot:

$$250 \text{ m}^3 \cdot 0,4 \cdot 0,84 \cdot 50 \text{ €} / \text{m}^3 + 250 \text{ m}^3 \cdot 0,4 \cdot 0,14 \cdot 17 \text{ €} / \text{m}^3 - 0,3 \cdot (250 \text{ m}^3 \cdot 0,4 \cdot 0,84 \cdot 50 \text{ €} / \text{m}^3 + 250 \text{ m}^3 \cdot 0,4 \cdot 0,14 \cdot 17 \text{ €} / \text{m}^3) = 3106,6 \text{ €} \quad (1 \text{ p})$$

$$\text{Erotus: } 6766,5 \text{ €} - 3106,6 \text{ €} = \underline{3659,9 \text{ €}} \quad (1 \text{ p})$$

Huom! Hyväksytään myös tulkinta, jossa maanmuokkausta ja istutusta ei katsota heti tehtäviksi toimenpiteiksi.

- b) Sovelletaan kaavaa:  $K = (1+i)^n \cdot k$ , jossa K on tuleva arvo n korkojakson jälkeen; k on pääoma laskentajakson alussa; i korkokanta desimaalimuodossa ja n on korkojaksojen lukumäärä. Tästä voidaan ratkaista k seuraavasti:  
 $k = K / (1+i)^n \Leftrightarrow k = K \cdot (1+i)^{-n}$ , jolla kaavalla nettotulojen nykyarvo lasketaan vaihtoehdoille käyttäen lähtötietoina edellisen tehtävän osavaiheiden tuloksia:

Vaihtoehto 1, avohakkuu:

$$NT_a = 6766,5 \text{ €} - 350 \text{ €} \cdot 1,015^{-5} = 6441,61 \text{ €} \quad (2 \text{ p}), (1 \text{ p jos laskettu oikein loppuarvoon 15 vuoden päähän eikä nykyarvoon, eli laskentajakson alkuun})$$

Vaihtoehto 2, jatkuva kasvatus

$$NT_j = 3106,6 \text{ €} + 3106 \text{ €} \cdot 1,015^{-15} = 5591,42 \text{ €} \quad (2 \text{ p}), (1 \text{ p jos laskettu oikein loppuarvoon 15 vuoden päähän eikä nykyarvoon eli laskentajakson alkuun})$$

$$\text{Erotus: } NT_a - NT_j = \underline{850,19 \text{ €}} \quad (1 \text{ p})$$

Hyväksytään, jos laskelmat ovat oikein a)-kohdasta väärin lasketuilla lähtötiedoilla.

- c) Normeerataan ensin eri vaihtoehtojen nettotulojen nykyarvo välille 0-1 siten, että lukujen keskinäiset suhteet säilyvät ennallaan. Se tehdään seuraavassa jakamalla kunkin vaihtoehdon nettotulojen nykyarvot kaikkien vaihtoehtojen nettotulojen summalla, joka on
- $$6441,61 + 5591,42 + 0 = 12033,03 \Rightarrow$$

$$\text{Vaihtoehto 1 (avohakkuu)} \quad 6441,61 / 12033,03 = 0,54$$

$$\text{Vaihtoehto 2 (jatkuva kasvatus)} \quad 5591,42 / 12033,03 = 0,46$$

$$\text{Vaihtoehto 3 (ei toimenpiteitä)} \quad 0 / 12033,03 = 0$$

(2 p)

Tämän jälkeen voidaan laskea kunkin vaihtoehdon tuottama suhteellinen hyöty painotettuna keskiarvona (painoina päätöksenteon kriteerien painot)

$$\text{Vaihtoehto 1, avohakkuu:} \quad (0,54 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 0,2) / 1 = \underline{0,28} \quad (1 \text{ p})$$

$$\text{Vaihtoehto 2, jatkuva kasvatus:} \quad (0,46 \cdot 0,3 + 0,5 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 0,2) / 1 = \underline{0,45} \quad (1 \text{ p})$$

$$\text{Vaihtoehto 3, ei toimenpiteitä:} \quad (0,00 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,5 + 0,6 \cdot 0,2) / 1 = \underline{0,27} \quad (1 \text{ p})$$

Ritvalle edullisin on vaihtoehto 2, jatkuva kasvatus, jonka hän valitsee, jos hän toimii rationaalisesti. (1 p)

Hyväksytään, jos laskelmat ovat oikein a)- ja b)-kohdista väärin lasketuilla lähtötiedoilla.