

**Biologia1.** Kasvihuoneilmiö ja sen voimistumisen vaikutukset boreaalisiin havumetsiin.

| <b>Ydinasiat:</b>  | <b>Pisteytys</b> |
|--|------------------|
| Kasvihuoneilmiö <u>ilmiönä</u> : lämpösäteilyn jääminen maan pinnalle, luonnollinen, elämälle välttämätön ilmiö  | 1                |
| <u>Kasvihuonekaasujen</u> , kuten CO <sub>2</sub> , CH <sub>4</sub> ja N <sub>2</sub> O ja vesihöyry, <u>lisääntyminen</u> ihmistoiminnan, kuten fossiilisten polttoaineiden käyttö, karjatalous, riisinviljely, kaatopaikat, teollisuuden prosessit, seurauksena <u>voimistaa kasvihuoneilmiötä</u> . | 1                |
| Kasvihuoneilmiö voimistuu <u>nopeasti</u> , mikä johtaa <u>lämpötilan nousuun ja sadannan ja haihdunnan muutoksiin</u> .   | 1                |
| Ilmaston <u>lämpeneminen on suurinta</u> napojen lähellä, joten vaikutusten boreaalisiin havumetsiin on ennustettu olevan merkittäviä.   | 1                |
| Metsät <u>sitovat ja vapauttavat</u> hiiltä luonnostaan, joten metsien <u>hävittäminen</u> vähentää hiilen sitomista ilmakehästä. Lämpenemisen vaikutukset boreaalisiin metsiin ovat suuria, koska <u>puiden elinkierto on pitkä ja leviäminen hidasta</u> .   | 1                |
| <u>Metsien sopeutuminen</u> nopeaan ilmaston muutokseen voi näin ollen olla vaikeaa.   | 1                |
| Nykyisin lämpötila <u>rajoittaa kasvua</u> boreaalisissa metsissä. <u>Kasvukauden ennustetaan pitenevän</u> ja puiden <u>kasvun lisääntyvän</u> lämpenemisen ja CO <sub>2</sub> -pitoisuuden lisääntymisen myötä, mutta <u>ravinteiden saatavuus</u> voi rajoittaa kasvun lisääntymistä.               | 1                |
| Lämpeneminen voi johtaa <u>kasvurytmin muutoksiin</u> .  | 1                |
| <u>Metsien rakenne</u> voi muuttua, koska <u>lehtipuiden osuus runsastunee</u> ja kuusen kasvu voi kärsiä mahdollisesta kasvukauden aikaisesta kuivuudesta.  | 1                |
| <u>Havumetsävyöhykkeen</u> on arvioitu <u>kaventuvan</u> , mikä voi <u>vähentää</u> metsien <u>hiilensidontapotentialia</u> . Kuivuuden takia myös <u>metsäpalojen riski lisääntyy</u> .   | 1                |
| Alailmakehän <u>otsonipitoisuuden nousu ja happamat sateet</u> voivat aiheuttaa puustolle <u>vaurioita ja kasvutappioita</u> .   | 1                |
| <u>Boreaalisten suometsien rooli hiilen sitojana</u> voi muuttua, kun lämpenemisen vaikutuksesta lisääntynyt haihdunta alentaa pohjaveden pintaa ja lisää orgaanisen aineksen hajotusta. Näin suot voivat muuttua hiilen nieluista hiilen lähteiksi.   | 1                |
| Keskilämpötilan nousu ja talvien lauhtuminen voivat lisätä <u>tauteja ja tuhohyönteisten esiintymistä</u> metsissä.  | 1                |
| Selkeys ja johdonmukaisuus   | 1                |
| <b>Yhteensä</b>  | <b>14</b>        |

**Biologia2.** Mitä on biodiversiteetti ja mitkä tekijät siihen vaikuttavat?

| <b>Ydinasiat:</b>  | <b>Pisteitys</b> |
|--|------------------|
| Biodiversiteetti tarkoittaa luonnon monimuotoisuutta, <u>elämän erilaisuutta</u> , elollisen <u>luonnon rikkautta</u> . Sitä tarkastellaan kolmella tasolla.   | 1                |
| <u>Ekosysteemien monimuotoisuus</u> perustuu elottoman luonnon vaihteluun, joka tuottaa elinympäristöjen vaihtelua. Monimuotoisessa ekosysteemissä on paljon lajeja, monenlaisia tuottajia, kuluttajia sekä hajottajia ja siten siellä on paljon eliöiden välisiä vuorovaikutussuhteita. | 1                |
| <u>Lajimonimuotoisuus</u> tarkoittaa erilaisissa ympäristöissä elävien eliöryhmien ja lajien määrää sekä yksilörunsautta.  | 1                |
| Lajin sisäinen eli <u>geneettinen monimuotoisuus</u> lajin yksilöiden perinnöllistä erilaisuutta, jolloin yksilöiden väliset erot ovat perintötekijöissä.  | 1                |
| Luonnon monimuotoisuus on kehittynyt <u>evoluution</u> seurauksena pitkän ajan kuluessa. Muuntelu, luonnonvalinta, sattuma ja suvullinen lisääntyminen mahdollistavat uusien lajien synnyn.  | 1                |
| Erilaiset ekosysteemit ovat syntyneet <u>eliölajien ja elottoman ympäristön välisen vuorovaikutuksen</u> kautta. Lajirunsaus on suurin suotuisissa ympäristöissä.  | 1                |
| Sijainti maapallolla ja siitä johtuva <u>auringon säteilyenergian määrä</u> vaikuttaa lajirunsautteen. Lajisto on monipuolisin päiväntasaajalla pienentyen napoja kohti.   | 1                |
| Suurella alueella on enemmän monimuotoisuutta kuin pienellä. Siksi ihmisen toiminnan aiheuttama <u>maankäytön muutos ja maa- ja metsätalous</u> vähentävät, yksipuolistavat ja <u>pirstouttavat</u> elinympäristöjä vähentäen monimuotoisuutta.  | 1                |
| <u>Lajien liikakäyttö</u> , kuten kalastus, metsästys tai keräily, voi pienentää lajien yksilöiden määrää.   | 1                |
| <u>Haitalliset yhdisteet</u> kuten saasteet ja myrkyt voivat rikastua ravintoketjussa huipupetoihin ja vaikeuttaa niiden lisääntymistä ja siten pienentää kantaa.  | 1                |
| <u>Happamoituminen ja rehevöityminen</u> voivat muuttaa ekosysteemien elinolosuhteita ja suosia lajeja, jotka menestyvät happamissa tai rehevissä olosuhteissa.  | 1                |
| Hitaasti etenevät muutokset, kuten <u>ilmaston muutos</u> , muuttavat ekosysteemejä ja niiden toimintaa. Tämä yksinkertaistaa ekosysteemejä ja niiden lajistoa.  | 1                |
| Tulokaslajit tai haitalliset <u>vieraslajit</u> voivat syrjäyttää tai tuhota alkuperäislajeja.   | 1                |
| Selkeys ja johdonmukaisuus   | 1                |
| <b>Yhteensä</b>  | <b>14</b>        |

**Biologia3. Mitä on biotekniikka? Miten sitä hyödynnetään elintarviketeollisuudessa?**

| <b>Ydinasiat:</b>   | <b>Pisteytys</b> |
|---|------------------|
| <p><u>Biotekniikka</u> on kasvava ala, jossa <u>hyödynnetään eliöitä, eläviä soluja tai niiden osia kaupallisesti/teollisessa tuotannossa</u> esim. lääketieteessä/lääketeollisuudessa, energiantuotannossa, ympäristönsuojelussa, tuotantokasvien- ja eläinten jalostuksessa sekä pesuaine-, kaivos-, tekstiili- ja elintarviketeollisuudessa.</p>                               | 2                |
| <p><u>Perinteisesti biotekniikka</u> on eläinten tai kasvien jalostamista ja ruokien ja juomien valmistamista mikrobin kuten bakteerien, hiivojen ja homeiden sekä niiden valmistamien entsyymien avulla.</p>   | 1                |
| <p><u>Nykyaikainen biotekniikka</u> hyödyntää mikrobeja uudella tasolla, sillä nykyisin osataan vaikuttaa solujen toimintaan l. aineenvaihduntaan ja muuttaa sitä halutulla tavalla esim. geeniteknologian avulla.</p>  | 1                |
| <p><u>Elintarviketeollisuudessa</u> biotekniikan menetelmin pyritään valmistamaan entistä maukkaampia, rakenteeltaan parempia, säilyvämpiä ja terveellisempiä tuotteita.</p>  | 1                |
| <p><u>Mikrobien avulla</u> voidaan tuottaa elintarviketeollisuudelle <u>entsyymejä</u>, kuten laktaasia, kymosiinia ja amylaasia. Laktaasi hajottaa laktoosia tuloksena vähälaktosisia elintarvikkeita. Kymosiinia käytetään juuston juoksuuttajana, ja amylaasia hajottamaan tärkkelystä glukoosiksi, joka edelleen hajotetaan fruktoosiksi sokerisiirappien valmistuksessa.</p> | 2                |
| <p><u>Hiivaa</u> käytetään leivonnassa taikinan kohottamiseen, sillä hiivan käyttäessä hiilihydraatteja ravinnokseen <u>hapekkaissa oloissa</u> vapautuu hiilidioksidia. Näin taikinaan muodostuu kuplia ja se kohoaa. <u>Hapettomissa olosuhteissa</u> hiiva tuottaa alkoholia ja hiilidioksidia, mitä hyödynnetään alkoholijuomien valmistuksessa.</p>                          | 1                |
| <p><u>Maitohappobakteerit</u> käyttävät laktoosin anaerobisesti maitohapoksi, jolloin tuotteen pH alenee ja säilyvyys paranee: juusto, piimä, jogurtti, viili.</p>  | 1                |
| <p><u>Funktionaalisiin elintarvikkeisiin</u> on lisätty mikrobeja tai aineita, joilla on todistettua terveyttä edistäviä vaikutuksia: maitohappobakteerit vatsaystävällisissä maitotuotteissa, kasvistanolit ja –sterolit kolesterolin alentajina rasvoissa, xylitoli purukumissa hampaiden reikiintymisen estäjänä.</p>  | 2                |
| <p><u>Rehuihin</u> lisätään sulavuutta ja ravintoaineiden imeytyvyyttä parantavia entsyymejä.</p>   | 1                |
| Selkeys ja johdonmukaisuus  | 1                |
| <b>Yhteensä</b>   | <b>14</b>        |

## Matematiikka1.

Hakkuukoneen yksittäisen rungon työsykli koostuu seuraavista työvaiheista: siirtyminen, hakkuulaitteen vienti kaadettavalle puulle, kaato, prosessointi, kuormaimen tuonti eteen, raivaus ja järjestely. Työsyklin kokonaisaika voidaan laskea työvaiheittaisten vakioaikojen ja ajanmenekkimallien summana. Päätehakkuulla männylle on olemassa työvaiheille seuraavat ajat/mallit:

1. Siirtyminen 4,6 s/runko
2. Hakkuulaitteen vienti 6,0 s/runko
3. Kaatoaika, min/runko  $=0,068+0,142x$ , missä  $x$  = rungon tilavuus,  $m^3$
4. Prosessointiaika, min/runko  $=0,206+0,054x +0,308x^2$ , missä  $x$  = rungon tilavuus,  $m^3$
5. Kuormaimen tuonti eteen 2,8 s/runko
6. Raivaus 1,3 s/runko
7. Järjestely 0,7 s/runko

a) Laske yksittäisen rungon työsyklin kokonaisajanmenekki (s), kun hakattavien runkojen keskikoko on  $0,5 m^3$ . (2 p)

b) Paljonko on tuntituottavuus ( $m^3/h$ ) edellisen tuloksen perusteella? (2 p)

c) Paljonko kohdan a)

- 1) hakkuulaitteen vienti kestää senttiminuutteina (cmin) eli minuutin sadasosina, (1 p)
- 2) yksittäisen rungon työsykli kestää tunteina? (1 p)

d) Hakkuukohteen puuston järeysjakauma on seuraava:

| Rungon koko, $m^3$ | Osuus rungoista, % |
|--------------------|--------------------|
| 0,2                | 15                 |
| 0,4                | 15                 |
| 0,6                | 25                 |
| 0,8                | 35                 |
| 1                  | 10                 |

Laske työvaiheiden ajanmenekkien/mallien perusteella

- 1) keskimääräinen työsyklin kokonaisajanmenekki, (2 p)
- 2) moodirungon työsyklin kokonaisajanmenekki, ja (1 p)
- 3) mediaanirungon työsyklin kokonaisajanmenekki. (1 p)

e) Yrittäjän kustannukset puunkorjuulle ovat puuston koosta riippumatta 90 euroa tunnissa. Yrittäjä vaatii 10 %:n riskilisän korjuukustannusten lisäksi kattamaan voittotavoitteensa.

- 1) Kuinka paljon yrittäjän on pyydettävä korvausta puunkorjuusta, jos runkojen keskikoko on  $0,5 m^3$ ? (2 p)
- 2) Yrittäjän polttoainekustannukset muodostivat 20 % yrittäjän kokonaiskustannuksista. Polttoaineen hinta laski 15 %, mutta taksa säilyi ennallaan. Kuinka paljon yrittäjälle jää korjuukustannusten jälkeen voittoa, kun runkojen keskikoko on  $0,5 m^3$ ? (2 p)

### Mallivastaus

a) Lasketaan yhteen työvaiheiden ajanmenekit:

Työsyklin kokonaisajanmenekki (s)

$$= 4,6 \text{ s/runko} + 6,0 \text{ s/runko} + 60 \cdot (0,068 + 0,142 \cdot 0,5) \text{ min/runko} + 60 \cdot (0,206 + 0,054 \cdot 0,5 + 0,308 \cdot 0,5^2) \text{ min/runko} + 2,8 \text{ s/runko} + 1,3 \text{ s/runko} + 0,7 \text{ s/runko} = 42,34 \text{ s}$$

Työsyklin kokonaisajanmenekki on 42,34 sekuntia (2 p)

b) Yksittäisen rungon ajanmenekki suhteessa kokonaisaikaan on sama kuin yksittäisen rungon koko (keskikoko) suhteessa kokonaistilavuuteen

$$\frac{42,34 \text{ s}}{3600 \text{ s}} = \frac{0,5 \text{ m}^3}{x \text{ m}^3}$$

$$x = \frac{3600 \cdot 0,5}{42,34} \text{ m}^3/\text{h} = 42,51 \text{ m}^3/\text{h}$$

Tuntituottavuus on 42,51 kuutiometriä tunnissa. (2 p)

c1) 6 sekuntia =  $6/0,6 = 10$  cmin (1 p)

c2) 42,34 sekuntia =  $42,34/60/60 = 0,01176$  tuntia (1 p)

d1)

| Rungon koko | Osuus % | Työajanmenekki, tehtävän a) mukaisesti |
|-------------|---------|--|
| 0,2         | 15      | 34,93                                  |
| 0,4         | 15      | 39,50                                  |
| 0,6         | 25      | 45,55                                  |
| 0,8         | 35      | 53,08                                  |
| 1           | 10      | 62,08                                  |

Lasketaan keskimääräinen työsyklin kokonaisajanmenekki erikokoisten runkojen työajanmenekkien painotettuna keskiarvona:

$$0,15 \cdot 34,93 \text{ s/runko} + 0,15 \cdot 39,50 \text{ s/runko} + 0,25 \cdot 45,55 \text{ s/runko} + 0,35 \cdot 53,08 \text{ s/runko} + 0,10 \cdot 62,08 \text{ s/runko} = 47,34 \text{ sekuntia}$$
 (2 p)

Vastaukseksi hyväksyttiin myös runkojen osuuksilla painotetun keskiarvon,  $0,62 \text{ m}^3$  perusteella laskettu työsyklin kokonaisajanmenekki 46,23 sekuntia

d2) Moodi on aineistossa useimmin esiintyvä arvo, eli  $0,8 \text{ m}^3$ . Rungon koolla  $0,8 \text{ m}^3$  työajanmenekki on 53,08 sekuntia. (1 p)

d3) Mediaani on joukon keskimääräinen havainto ja osuuksilla  $0,6 \text{ m}^3$ . Rungon koolla  $0,6 \text{ m}^3$  työajanmenekki on 45,55 sekuntia. (1 p)

e1) Tuntituottavuus (kohta b) on  $42,51 \text{ m}^3/\text{h}$ , josta saadaan  $(90 \text{ €/h} + 0,1 \cdot 90 \text{ €/h})/42,52 \text{ m}^3/\text{h} = 2,33 \text{ €/m}^3$ . Kysymyksestä puuttui puunkorjuussa käytetyn taksan yksikkö €/m<sup>3</sup>, joten vastaukseksi hyväksyttiin myös  $90 \text{ €/h} + 0,1 \cdot 90 \text{ €/h} = 99 \text{ €/h}$  (2 p)

e2) Polttoainekustannukset ovat  $0,2 * 90 \text{ €/h} = 18 \text{ €/h}$

Polttoaineen hinnan laskettua kustannukset ovat  $0,85 * 18 \text{ €/h} = 15,30 \text{ €/h}$

Aiempi voittotavoite oli  $9 \text{ €/h}$ , lisäystä tulee polttoainekustannusten säästöstä  $18 \text{ €/h} - 15,30 \text{ €/h} = 2,70 \text{ €/h}$ , eli  $9 \text{ €/h} + 2,70 \text{ €/h} = \underline{11,70 \text{ €/h}}$  (2 p)

## Matematiikka2.

Puuston hakkuuarvo  $H$  (€/ha) kehittyy puuston iän  $t$  (vuotta, a) funktiona seuraavasti:

$$H(t) = \begin{cases} 25t, & 0 < t < 15 \\ 6200 - 950t + 45t^2 - \frac{t^3}{2}, & 15 \leq t \leq 60 \end{cases}$$

- a) Mikä on puuston hakkuuarvo, kun puuston ikä on 14 vuotta? Kuinka paljon puuston hakkuuarvo kasvaa vuodessa 14-vuotiaana? (2 p)
- b) Esitä matemaattinen lauseke puuston vuotuisen hakkuuarvon muutokselle (arvokasvulle, €/ha/a) puuston iän funktiona. (5 p)
- c) Minkä ikäisenä puuston arvokasvu on suurimmillaan? Kuinka suuri vuotuinen hakkuuarvon lisäys tällöin on? (7 p)

### Mallivastaus

a) Puuston hakkuuarvo 14-vuotiaana:

$$H(14) = 25 * 14 = 350 \text{ €/ha.} \quad (1 \text{ p})$$

Hakkuuarvon muutos 14-vuotiaana saadaan  $H(t)$ :n derivaattana funktion arvolla 14:

$$H'(14) = 25 \text{ €/ha/a} \quad (1 \text{ p})$$

(tai vaihtoehtoisesti laskemalla kahden peräkkäisen vuoden hakkuuarvon erotus. Ei kuitenkaan  $H(15) - H(14)$ , koska 15 on annetun avoimen välin päätepiste).

b) Lauseke vuotuisen hakkuuarvon muutokselle (arvokasvulle) saadaan derivoimalla  $H(t)$  (1 p)

$$H'(t) = \begin{cases} 25, & 0 < t < 15 \\ -950 + 90t - 3\frac{t^2}{2}, & 15 \leq t \leq 60 \end{cases} \quad (2 + 2 \text{ p})$$

c) Funktion ääriarvokohta saadaan laskemalla sen derivaattafunktion nollakohta. (1 p)

Derivoidaan  $H'(t)$  ja asetetaan se nolaksi:

$$H''(t) = 90 - 3t = 0 \quad (1 \text{ p})$$

$$t = 90/3 = 30. \quad (1 \text{ p})$$

Kulkukaavion tai toisen derivaatan negatiivisuuden ( $H'''(t)=-3$ ) perusteella nollakohta on funktion maksimikohta (myös koska kyse on alaspäin aukeavasta paraabelista;  $t^2$ :n kerroin on negatiivinen,  $-3/2$ ). (1 p)

Koska aika on vuosia, puuston vuotuinen arvokasvu maksimoituu, kun puuston ikä on 30 vuotta. (1 p)

Sijoitetaan 30 vuotta yhtälöön  $H'(t)$ :

$$\begin{aligned} H'(30) &= -950 + 90 \cdot 30 - 3 \cdot 30 \cdot 30/2 \\ &= -950 + 2700 - 1350 = 400. \end{aligned} \quad (1 \text{ p})$$

Metsikön vuotuinen arvokasvu on 30-vuotiaana 400 €/ha/a. (1 p)

### Matematiikka3.

Kallen metsässä on nyt (vuonna 2015) 2 550 m<sup>3</sup> runkopuuta, josta 15 % tukkipuuta, 80 % kuitupuuta ja 5 % myytäväksi kelpaamatonta puuta. Jos Kalle ei hakkaisi metsäänsä lainkaan, kymmenen vuoden kuluttua (vuonna 2025) kokonaispuusto olisi 4 000 m<sup>3</sup> ja puuston arvo olisi 125 000 €. Myytäväksi kelpaamatonta puuta olisi vuonna 2025 enää 2 % kokonaispuuston määrästä. Tukkipuun hinta on vuonna 2015 50 €/m<sup>3</sup> ja kuitupuun 15 €/m<sup>3</sup>, myytäväksi kelpaamattoman puun hinta on 0 €/m<sup>3</sup>. Oletetaan hintojen olevan samat myös vuonna 2025.

- Kuinka monta euroa suurempi on metsän puustokuutiometrin keskimääräinen arvo (€/kuutiometri) vuonna 2025 kuin vuonna 2015, jos Kalle ei hakkaa metsäänsä? (2 p)
- Paljonko on kuitupuun osuus (%) Kallen metsän kokonaispuustosta vuonna 2025? (3 p)
- Kallella on nyt, vuonna 2015, kaksi vaihtoehtoa metsälleen: a) hän voi joko hakata metsän, myydä puut ja sijoittaa rahat määräaikaiselle pankkitilille tai b) hän voi jättää metsän kasvamaan.

Mikä pankkitilin kiinteän vuotuisen koron tulisi olla, jotta Kallen kannattaisi hakata metsä vuonna 2015 ja sijoittaa rahat pankkitilille? Metsän hallintaan, puuston myyntiin tai pankkitalletuksiin liittyviä kuluja ei tarvitse ottaa huomioon. (4 p)

- Viime vuoden lopussa (2014) Kalle mietti lisämetsän hankkimista. Tarjolla olevasta lisämetsästä Kalle arvioi saavansa 5 vuoden kuluttua (2019 lopussa) hakkuutuloina 50 000 € harvennushakkuusta ja 30 vuoden päästä (2044 lopussa) 200 000 € päätehakkuusta. Heti päätehakkuun jälkeen, vuoden 2044 lopussa, hän arvioi voivansa myydä metsän 60 000 €:lla. Metsän vuotuiset hoitokustannukset ovat 400 €/v. Hoitokustannukset oletetaan maksettavaksi heti vuoden alussa ja tulot oletetaan saatavan vuoden lopussa.

Kuinka paljon Kallen kannattaisi maksaa lisämetsästä, jos hän haluaa saada sijoitukselleen vähintään 3 %:n vuotuisen tuoton? Kiinteistökauppaan ja puun myyntiin liittyviä kuluja ja veroja ei tarvitse ottaa huomioon. (5 p)

### Mallivastaus

a) Puustokuution keskimääräinen arvo vuonna 2015:

$$(2\,550\text{ m}^3 * 0,15 * 50\text{ €/m}^3 + 2\,550\text{ m}^3 * 0,80 * 15\text{ €/m}^3) / 2\,550\text{ m}^3 = 49\,725\text{ €/}2\,550\text{ m}^3 = 19,5\text{ €/m}^3 \quad (1\text{ p})$$

Puustokuution keskimääräinen arvo vuonna 2025:  $125\,000\text{ €} / 4\,000\text{ m}^3 = 31,25\text{ €/m}^3$

Erotus:  $31,25\text{ €/m}^3 - 19,5\text{ €/m}^3 = 11,75\text{ €/m}^3$

Vastaus: 11,75 €/m<sup>3</sup> suurempi (hyväksytään pyöristykset aina tasaeuroihin asti). (1 p)

b) Myyntikelvotonta hukkapuuta on vuonna 2025 2% kokonaispuustosta, eli  $4\,000\text{ m}^3 * 0,02 = 80\text{ m}^3$ , jolloin myyntikelpoista puuta on  $4\,000\text{ m}^3 - 80\text{ m}^3 = 3\,920\text{ m}^3$

Ratkaistaan yhtälöryhmä, jolloin saadaan tukkipuun ja kuitupuun suhteelliset osuudet myyntikelpoisesta puusta:

$$\begin{aligned} 15\text{ €/m}^3 * 3\,920\text{ m}^3 * x + 50\text{ €/m}^3 * 3\,920\text{ m}^3 * y &= 125\,000\text{ €} \\ x + y = 1 &\Leftrightarrow y = 1 - x \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 15\text{ €/m}^3 * 3\,920\text{ m}^3 * x + 50\text{ €/m}^3 * 3\,920\text{ m}^3 * y &= 125\,000\text{ €} \\ x + y = 1 &\Leftrightarrow y = 1 - x \end{aligned}} \right\} \quad (1\text{ p})$$

Sijoitetaan ratkaisu:

$$15\text{ €/m}^3 * 3\,920\text{ m}^3 * x + 50\text{ €/m}^3 * 3\,920\text{ m}^3 * (1-x) = 125\,000\text{ €}$$

$$\Leftrightarrow 58\,800\text{ €} * x + 196\,000\text{ €} * (1-x) = 125\,000\text{ €}$$

$$\Leftrightarrow (58\,800\text{ €} - 196\,000\text{ €}) * x = 125\,000\text{ €} - 196\,000\text{ €}$$

$$\Leftrightarrow x = -71\,000\text{ €} / -137\,200\text{ €} = 0,5175$$

Myyntikelpoisesta puusta on kuitupuuta 51,75 % (1 p)

$$\Rightarrow \text{kuitupuuta yhteensä: } 3\,920\text{ m}^3 * 51,75/100 = 2\,028,57\text{ m}^3$$

$$\Rightarrow \text{kuitupuun osuus kokonaispuustosta: } 100 * 2\,028,57\text{ m}^3 / 4\,000\text{ m}^3 = \underline{50,71\%}$$

Vastaus: 50,71 % (hyväksytään pyöristys aina täyteen kokonaislukuun asti). (1 p)

c) Nykyisen puuston arvo  $0,80 * 15\text{ €/m}^3 * 2\,550\text{ m}^3 + 0,15 * 50\text{ €/m}^3 * 2\,550\text{ m}^3 = 49\,725\text{ €}$

$$(1+k)^{10} * 49\,725\text{ €} = 125\,000\text{ €} \quad (1\text{ p})$$

$$\Leftrightarrow 1+k = 10\sqrt[10]{125\,000/49\,725} \quad (1\text{ p})$$

$$\Leftrightarrow k = (125\,000/49\,725)^{0,1} - 1 \Leftrightarrow k = 0,096563 \quad (1\text{ p})$$

Vastaus: Koron tulisi olla vähintään 9,66 % (hyväksytään pyöristys aina tasaprosenttiin asti). (1 p)

d) i) Lasketaan ensin kolmen prosentin korolla vuoden 2019 lopulla saatavan tulon arvo vuoden 2044 lopussa. (ii) Lisätään siihen vuoden 2044 lopulla saavat tulot. (iii) Lasketaan vuotuisen hoitokulun yhteenlaskettu arvo kolmen prosentin korolla vuoden 2044 lopussa soveltamalla geometrisen summan kaavaa. Seuraavaksi (iv) lasketaan edellisten erotuksena metsästä saatavien nettotulojen arvo vuoden 2044 lopussa. Lopuksi (v) lasketaan €-



määrä, joka tuottaa kolmen prosentin korolla 30 vuoden kuluttua kyseisen nettotulojen arvon. Tämä on se summa, joka Kallen enintään kannattaa lisämetsästä maksaa.

$$(i) \quad 50\,000 \text{ €} * 1,03^{25} = 104\,689 \text{ €} \quad (1 \text{ p})$$

$$(ii) \quad (i) + 200\,000 \text{ €} + 60\,000 \text{ €} = 304\,689 \text{ €} \quad (1 \text{ p})$$

$$(iii) \quad 400 * 1,03^{30} + 400 * 1,03^{29} + 400 * 1,03^{28} + \dots + 400 * 1,03$$
$$= 400 * (1,03^{30} + 1,03^{29} + 1,03^{28} + \dots + 1,03)$$

$$= 400 \text{ €} * 1,03 * \frac{1-1,03^{30}}{1-1,03} = 19\,601 \text{ €} \quad (1 \text{ p})$$

$$(iv) \quad (ii) - (iii) = 285\,088 \text{ €} \quad (1 \text{ p})$$

$$(v) \quad x * 1,03^{30} = 285\,088 \text{ €}$$

$$\Leftrightarrow x = 285088/1,03^{30}$$

$$\Rightarrow x = 117\,452 \text{ €}$$

Vastaus: Kallen kannattaa maksaa lisämetsästä enintään 117 452 €. (Hyväksytään pyöristys aina tasatuhanteen asti.) (1 p)